

Modellprädiktive Zustandsregelung für einen elastischen und reibungsbehafteten Positionierantrieb

Hermann Henrichfreise, Jürgen Jusseit

Fachhochschule Köln, Labor für Mechatronik (CLM), Betzdorfer Str. 2, 50679 Köln, info@clm-online.de, www.clm-online.de

Kurzfassung

Der Beitrag beschreibt den Entwurf und die Realisierung einer modellprädiktiven Regelung für einen elektromechanischen Positionierantrieb mit Elastizität und Reibung. Als Verfahren der modellprädiktiven Regelung kommt die Dynamikmatrix-Regelung zur Anwendung. Diese Regelung zeigt in der Simulation und im Experiment ein sehr gutes Führungs- und Störverhalten und weist eine ausreichende Robustheit gegenüber Parameteränderung auf. Durch die Verwendung eines genauen Modells der Regelstrecke werden die Ergebnisse aus der Simulation im Experiment am realen System verifiziert. Der Entwurf, die Analyse und die Inbetriebnahme der Regelung erfolgen mit Hilfe von MATLAB, Simulink und einem dSPACE Echtzeitsystem. Eine unter MATLAB programmierte graphische Oberfläche bietet dabei den erforderlichen Benutzerkomfort.

Abstract

This paper presents the design and realization of a Model Predictive Control for an electro-mechanical positioning system with compliance and friction. The Model Predictive Control scheme used here is Dynamic Matrix Control. This control shows a very good reference and disturbance behavior, both in the simulation and in the experiment, and is sufficiently robust to parameter variations. Due to the fidelity of the plant model, the results of the simulation can be verified by direct comparison with experimental results from the real system. The design, analysis, and implementation of the control are conducted with MATLAB, Simulink and a dSPACE real-time system. Furthermore, a graphical user interface was realized in MATLAB for user convenience.

1 Einleitung

In den Bereichen der Werkzeugmaschinen, Robotik und neuerdings auch im automotiven Bereich werden Lageregelungen aufgrund der steigenden Anforderungen an ihre Schnelligkeit, Genauigkeit und Robustheit zunehmend mit den Methoden der optimalen Regelung entworfen. Mit der Verfügbarkeit integrierter Werkzeuge für den Regelungsentwurf und die Reglerrealisierung stellt die Inbetriebnahme solcher Regelungen heute kein Problem mehr dar [1]. Optimale Zustandsregelungen bewirken nicht nur die aktive Dämpfung elastischer Schwingungen und damit eine hohe Regelungsbandbreite, sondern ermöglichen bei geeigneter Erweiterung des Streckenmodells auch eine Kompensation innerer und äußerer Störeinflüsse [2].

Ein für die Praxis relevanter Ansatz zum Entwurf einer optimalen Lageregelung ist die Dynamikmatrix-Regelung (DMC), eine modellprädiktive Zustandsregelung. Es handelt sich dabei um eine Regelung, die mit Hilfe eines linearen Zustandsmodells der Regelstrecke das zukünftige Prozessverhalten für eine bestimmte Anzahl von Abtastschritten, dem Prädiktionshorizont, in die Zukunft voraussagt [3]. Durch Minimierung eines quadratischen Gütefunktionalen über diesem Zeitraum entsteht ein optimales Regelgesetz in Form einer linearen Zustandsvektorrückführung mit Aufschaltung der Störgrößen sowie der aktuellen und zukünftigen Führungsgrößen. Ein Vorteil gegenüber anderen ähnlichen Regelungsansätzen ist bei Lageregelungssystemen die Filterung der aufgeschalteten Sollbeschleunigung. Sprungförmige Beschleunigungsänderungen erzeugen durch ihre geglättete Aufschaltung auf die Stellgröße einen deutlich kleineren transienten Lagefehler. Ihre optimalen Eigenschaften und die einfache Implementierbarkeit machen die DMC besonders für die industrielle Anwendung interessant.

Der Entwurf, die Analyse und Inbetriebnahme einer DMC werden im folgenden für die Lageregelung eines elektromechanischen Positioniersystems beschrieben. Eine ähnliche Regelung wurde bereits in [4] realisiert. Dort wurde jedoch von der vereinfachenden Annahme einer über dem Prädiktionshorizont konstanten Stellgröße ausgegangen. In diesem Beitrag wird im Gegensatz dazu eine der Realität entsprechende variable Stellgröße betrachtet.

2 Regelstrecke und Modellbildung

Bild 2.1 zeigt den Aufbau des elektromechanischen Positioniersystems (EMPS), das im Labor für Mechatronik der FH Köln (Cologne Laboratory of Mechatronics, CLM) als Regelstrecke für die Untersuchung der praktischen Eignung von Ansätzen zur Lageregelung elastischer Systeme mit Reibung eingesetzt wird. Das EMPS besteht aus einem stromgeregelten Gleichstrommotor und einer linearen Positioniereinheit. Ein spielfreier Kugelgewindetrieb übersetzt die Drehbewegung der Spindel in die lineare Schlittenbewegung. Die für die Regelung verwendeten Messgrößen sind die Ausgangsspannung u_{tacho} des Gleichstrom-Tachogenerators auf der Motorseite und der Zählerausgang count des Inkremental-Drehgebers zur Messung der Schlittenposition. Stellgröße ist die Eingangsspannung u_{servo} für den Motorstromsollwert.

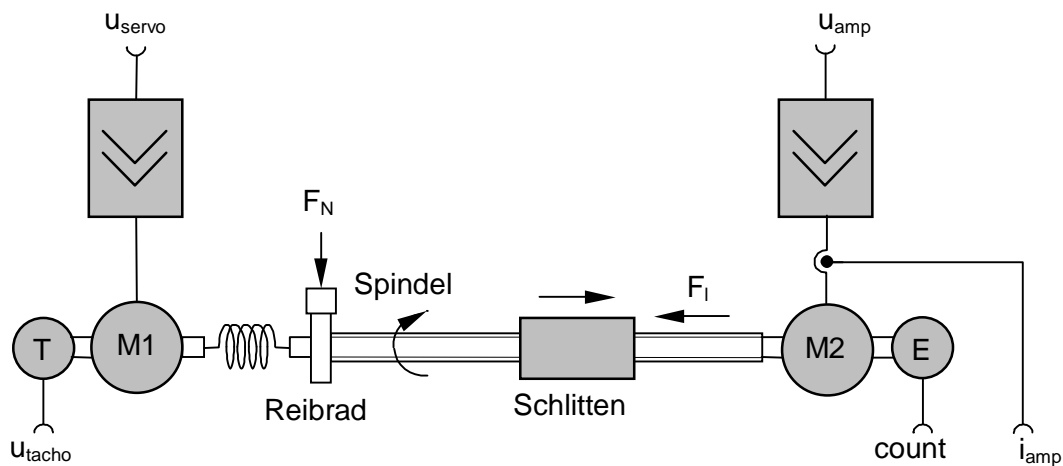


Bild 2.1 *EMPS mit Reibrad und Lastmotor*
EMPS with friction wheel and load motor

Eine elastische Kupplung zwischen An- und Abtriebsseite, deren Steifigkeit und Dämpfung nur näherungsweise bekannt sind, verursacht elastische Schwingungen mit einer Eigenfrequenz von etwa 100 Hz. Als weitere Unzulänglichkeit tritt im System trockene Reibung auf, die dominant im Kugelgewindetrieb ist und auf dessen Verspannung zur Vermeidung von Lose zurückzuführen ist. Um das Verhalten von Regelungen bei sich ändernden Reibungsverhältnissen untersuchen zu können, kann mit Hilfe eines Reibrades zusätzlich die lastseitige Reibung erhöht werden. Bild 2.2 zeigt einen gemessenen Verlauf des Reibmomentes über der Winkelgeschwindigkeit der Spindel für erhöhte Reibung.

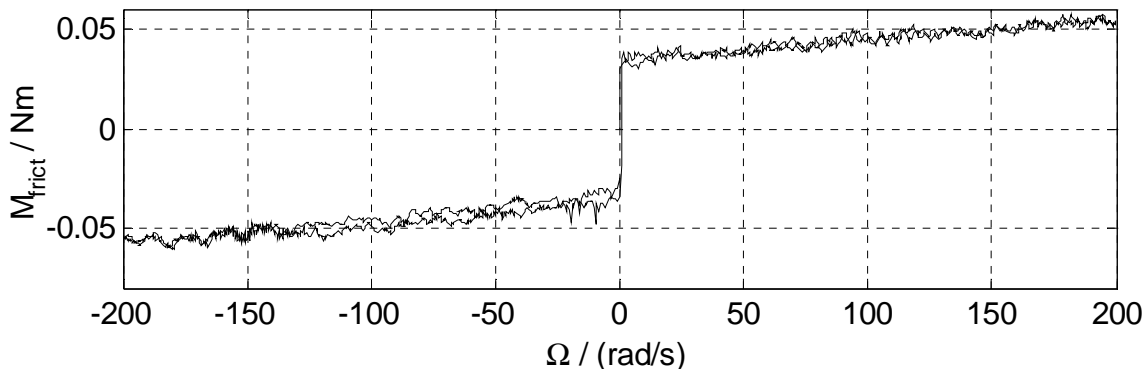


Bild 2.2 Reibmoment über Winkelgeschwindigkeit (erhöhte Reibung)
Friction torque versus angular velocity (increased friction)

Das maximale Reibmoment beträgt etwa 30% des maximalen Motormoments von 0.1575 Nm. Ohne eine geeignete Kompensation verursacht die Reibung bei Lageregelung des Systems beträchtliche Lagefehler. Eine weitere Ursache für Lagefehler ist eine auf den Schlitten wirkende äußere Lastkraft F_l (siehe Bild 2.1). Für die experimentelle Analyse des zugehörigen Störverhaltens kann über einen zweiten stromgeregelten, lastseitig angebrachten Motor ein äquivalentes Lastmoment $M_l = F_l / i_s$ auf die Spindel aufgeschaltet werden. Dabei ist die Größe i_s die Übersetzung des Kugelgewindetriebes. Mit den beschriebenen Eigenschaften stellt der in Bild 2.1 gezeigte Versuchsaufbau eine Standardkonfiguration für Positionierantriebe dar.

Ein nichtlineares Modell der beschriebenen Regelstrecke wurde in [2] hergeleitet. Dieses Modell wird für die digitale Simulation des geregelten Systems eingesetzt. Gleichungen (2.1) und (2.2) geben das zugehörige linearisierte Zustandsmodell für den Reglerentwurf an.

In der Zustandsgleichung (2.1) wurden als Zustandsgrößen das vom Gleichstrommotor erzeugte Drehmoment M_d sowie die antriebsseitigen (Motor) und lastseitigen (Spindel) Winkel und Winkelgeschwindigkeiten φ_d , Ω_d , φ_l und Ω_l gewählt. Die Trägheiten von Antriebsmotor und Tachogenerator sind zu einer antriebsseitigen Massenträgheit J_d und die von Spindel, Inkremental-Drehgeber, Reibrad und Lastmotor zu einer abtriebseitigen Massenträgheit J_l zusammengefasst. Die elastische Kupplung zwischen Motor und Spindel wird durch eine Feder mit der Steifigkeit c_{dl} und der Dämpfungskonstanten b_{dl} für Materialdämpfung beschrieben. Zur Modellierung von viskoser Reibung an der An- und Abtriebseite dienen die Dämpfungskonstanten b_d und b_l . Die Lastkraft F_l wird durch das äquivalente Lastmoment M_l und die Reibung im Kugelgewindetrieb durch das lastseitige Reibmoment M_{frl} berücksichtigt. Dabei wird das Reibmoment als externer Störeingang aufgefasst.

Der Motorstromkreis des Gleichstrommotors mit Stromregelung wird als ein Verzögerungssystem erster Ordnung mit dem Steuereingang u_{servo} und dem Ausgang M_d nachgebildet. Dessen Parameter sind die Proportionalverstärkung k_{servo} und die Zeitkonstante T_{servo} . In der Messausgangsgleichung (2.2) sind der Gleichstrom-Tachogenerator und der Inkremental-Drehgeber als reine Proportionalglieder k_{Ω} und k_{φ} modelliert.

$$\dot{\underline{x}}_p = {}^c \underline{A}_p \underline{x}_p + {}^c \underline{b}_{pc} u_{pc} + {}^c \underline{b}_{pd} u_{pd}$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \varphi_d \\ \Omega_d \\ \varphi_l \\ \Omega_l \\ M_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{c_{dl}}{J_d} & -\frac{b_d + b_{dl}}{J_d} & \frac{c_{dl}}{J_d} & \frac{b_{dl}}{J_d} & \frac{1}{J_d} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \frac{c_{dl}}{J_l} & \frac{b_{dl}}{J_l} & -\frac{c_{dl}}{J_l} & -\frac{b_l + b_{dl}}{J_l} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_{\text{servo}}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_d \\ \Omega_d \\ \varphi_l \\ \Omega_l \\ M_d \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{k_{\text{servo}}}{T_{\text{servo}}} \end{bmatrix} \cdot u_{\text{servo}} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot (M_l + M_{\text{frl}})$$
(2.1)

$$\underline{y}_{pm} = {}^c \underline{C}_{pm} \underline{x}_p$$

$$\begin{bmatrix} u_{\text{tacho}} \\ \text{count} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & k_{\Omega} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{\varphi} & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varphi_d \\ \Omega_d \\ \varphi_l \\ \Omega_l \\ M_d \end{bmatrix}$$
(2.2)

Neben der Zustandsdifferentialgleichung und der Messausgangsgleichung wird für die spätere Formulierung eines Gütefunktional für den Reglerentwurf eine weitere Ausgangsgleichung für Zielgrößen (Regelgrößen) benötigt. Für die Lageregelung des EMPS sind diese Zielgrößen der lastseitige Winkel φ_l , die Winkelgeschwindigkeit Ω_l und die Winkelbeschleunigung α_l der Spindel. Sie beschreiben die Istbewegung des Schlittens und werden durch die Zielausgangsgleichung (2.3) bereitgestellt.

$$\underline{y}_{po} = {}^c \underline{C}_{po} \underline{x}_p + {}^c \underline{d}_{pod} u_{pd} \quad (2.3)$$

$$\begin{bmatrix} \varphi_l \\ \Omega_l \\ \alpha_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \frac{c_{dl}}{J_l} & \frac{b_{dl}}{J_l} & -\frac{c_{dl}}{J_l} & -\frac{b_{dl} + b_l}{J_l} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varphi_d \\ \Omega_d \\ \varphi_l \\ \Omega_l \\ M_d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -\frac{1}{J_l} \end{bmatrix} \cdot (M_l + M_{frl})$$

Die tiefgestellten Indizes p, c, d, m und o in den oben aufgeführten Gleichungen sind Abkürzungen für die englischen Bezeichner plant, control, disturbance, measurement und objective. Mit diesen beschreibt der Vektor \underline{x}_p den Zustandsvektor und \underline{y}_{po} den Zielausgangsvektor der Regelstrecke. Der skalare Eingang u_{pd} ist der Störeingang in die Regelstrecke und \underline{d}_{pod} die zugehörige Durchgriffsmatrix vom Störeingang zu den Zielausgängen. Der hochgestellte Index c kennzeichnet, dass die Gleichungen ein kontinuierliches Modell der Regelstrecke darstellen.

3 Modellprädiktive Zustandsregelung

In der Literatur sind verschiedene Verfahren für den Entwurf modellprädiktiver Regelungen zu finden [3]. Wegen der direkten Vergleichbarkeit mit der LQG-Regelung kommt in dieser Arbeit das Verfahren der Dynamikmatrix-Regelung (DMC) zur Anwendung. Die Herleitung des zugehörigen Regelgesetzes ist relativ leicht nachvollziehbar, und die Regelung ist einfach zu realisieren. Im folgenden wird eine Zusammenfassung der Theorie der DMC gegeben, mit deren Hilfe anschließend die Struktur der Regelung verdeutlicht wird.

Ausgangspunkt für den Entwurf der DMC ist das diskrete Modell der Regelstrecke

$$\underline{x}_{p,k+1} = \underline{A}_p \underline{x}_{p,k} + \underline{b}_{pc} u_{pc,k} + \underline{b}_{pd} u_{pd,k} \quad , \quad (3.1)$$

das man durch sprunginvariante Diskretisierung des kontinuierlichen Systems aus Gleichung (2.1) erhält. Die für den Reglerentwurf benötigten diskreten Zielausgangsgleichungen

$$y_{po,i,k} = {}^c \underline{C}_{poi}^T \underline{x}_{p,k} + \underline{d}_{pod,i} u_{pd,k} + \underline{d}_{poc,i} u_{pc,k} \quad , \quad i = 1, \dots, q_{po} \quad (3.2)$$

stellen eine allgemeinere Form von Gleichung (2.3) dar. Für die $q_{po} = 3$ Zielausgangsgrößen in Gleichung (2.3) tritt kein direkter Durchgriff vom Steuereingang u_{pc} der Regelstrecke auf.

Die Durchgriffsmatrix \underline{d}_{poc} ist die Nullmatrix, sodass der entsprechende Term in Gleichung (2.3) nicht berücksichtigt wurde.

Mit Hilfe der diskreten Zielausgangsgleichungen wird das quadratische Gütefunktional

$$J_k = \sum_{i=1}^{q_{po}} (\underline{\bar{w}}_i - \underline{\bar{y}}_{po\ i})^T \underline{Q}_i (\underline{\bar{w}}_i - \underline{\bar{y}}_{po\ i}) + \underline{\bar{u}}_{pc}^T \underline{R} \underline{\bar{u}}_{pc} \quad (3.3)$$

formuliert. Es beschreibt die Summe der gewichteten Quadrate der Regelfehler und der Stellgröße über einem Prädiktionshorizont von M Abtastschritten. Dazu enthält der Vektor

$$\underline{\bar{y}}_{po\ i} = \begin{bmatrix} y_{po\ i, k+1} \\ y_{po\ i, k+2} \\ \vdots \\ y_{po\ i, k+M} \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

die M zukünftigen Werte der i-ten Zielausgangsgröße gemäß Gleichung (3.2) und der Vektor

$$\underline{\bar{w}}_i = \begin{bmatrix} w_{i, k+1} \\ w_{i, k+2} \\ \vdots \\ w_{i, k+M} \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

die zugehörigen Führungsgrößen. Die Differenz $\underline{\bar{w}}_i - \underline{\bar{y}}_{po\ i}$ beschreibt die zukünftigen Regelfehler und

$$\underline{Q}_i = \text{diag}(q_{i1}, q_{i2}, \dots, q_{iM}) \quad (3.6)$$

ist die Gewichtungsmatrix für die Fehler der i-ten Zielausgangsgröße. Die Gewichtung des aktuellen Wertes und der zukünftigen Werte der Stellgröße im Vektor

$$\underline{\bar{u}}_{pc} = \begin{bmatrix} u_{pc, k} \\ u_{pc, k+1} \\ \vdots \\ u_{pc, k+M} \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

erfolgt mit der Matrix

$$\underline{R} = \text{diag}(r_1, r_2, \dots, r_{M+1}) \quad (3.8)$$

Drückt man nun die zukünftigen Werte der i-ten Zielausgangsgröße im Vektor $\bar{y}_{po i}$ sukzessive mit Hilfe der Modellgleichungen (3.1) und (3.2) aus, und minimiert man mit Hilfe der notwendigen Bedingung $\partial J_k / \partial \bar{u}_{pc} \equiv \underline{0}$ für ein lokales Minimum das resultierende Gütefunktional (3.3) bezüglich der Werte der Stellgröße im Vektor \bar{u}_{pc} , erhält man das Regelgesetz

$$\bar{u}_{pc} = \left[\sum_{i=1}^{q_{po}} \underline{S}_{p i}^T \underline{Q}_i \underline{S}_{p i} + \underline{R} \right]^{-1} \cdot \left[\sum_{i=1}^{q_{po}} \underline{S}_{p i}^T \underline{Q}_i \cdot \bar{w}_i - \sum_{i=1}^{q_{po}} \underline{S}_{p i}^T \underline{Q}_i \underline{T}_{p i} \cdot x_{p,k} - \sum_{i=1}^{q_{po}} \underline{S}_{p i}^T \underline{Q}_i \underline{S}_{d i} \cdot \bar{u}_{pd} \right] \quad (3.9)$$

Die in Gleichung (3.9) zur Abkürzung eingeführten Matrizen lauten

$$\underline{T}_{p i} = \begin{bmatrix} \underline{c}_{p o i}^T \underline{A}_p \\ \underline{c}_{p o i}^T \underline{A}_p^2 \\ \vdots \\ \underline{c}_{p o i}^T \underline{A}_p^M \end{bmatrix}, \quad (3.10)$$

$$\underline{S}_{p i} = \begin{bmatrix} \underline{c}_{p o i}^T \underline{b}_{pc} & d_{p o c i} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \underline{c}_{p o i}^T \underline{A}_p \underline{b}_{pc} & \underline{c}_{p o i}^T \underline{b}_{pc} & d_{p o c i} & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \underline{c}_{p o i}^T \underline{A}_p^{M-1} \underline{b}_{pc} & \underline{c}_{p o i}^T \underline{A}_p^{M-2} \underline{b}_{pc} & \cdots & \cdots & \underline{c}_{p o i}^T \underline{b}_{pc} & d_{p o c i} \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

und

$$\underline{S}_{d i} = \begin{bmatrix} \underline{c}_{p o i}^T \underline{b}_{pd} & d_{p o d i} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \underline{c}_{p o i}^T \underline{A}_p \underline{b}_{pd} & \underline{c}_{p o i}^T \underline{b}_{pd} & d_{p o d i} & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \underline{c}_{p o i}^T \underline{A}_p^{M-1} \underline{b}_{pd} & \underline{c}_{p o i}^T \underline{A}_p^{M-2} \underline{b}_{pd} & \cdots & \cdots & \underline{c}_{p o i}^T \underline{b}_{pd} & d_{p o d i} \end{bmatrix}. \quad (3.12)$$

Der Vektor

$$\bar{u}_{pd} = \begin{bmatrix} u_{pd,k} \\ u_{pd,k+1} \\ \vdots \\ u_{pd,k+M} \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

enthält den aktuellen Wert und die M zukünftigen Werte der Störgröße am Störeingang u_{pd} der Regelstrecke. Im betrachteten Anwendungsfall handelt es sich dabei gemäß Gleichung (2.1) um die Summe $M_l + M_{frl}$ des abtriebseitigen Last- und Reibmomentes. Diese kann, wie in [2] beschrieben, näherungsweise als konstant angenommen werden. Zur Modellierung der konstanten Störgröße kommt ein diskretes Integrator-Störmodell

$$\begin{aligned} x_{d,k+1} &= x_{d,k} \\ y_{d,k} &= x_{d,k} \end{aligned} \quad (3.14)$$

ohne Eingang zum Einsatz. Das Modell liefert mit dem Anfangszustand $x_{d,0}$ eine konstante Ausgangszahlenfolge. Ersetzt man in Gleichung (3.13) die Störgröße durch die Ausgangsgröße des Störmodells ($u_{pd,k} = y_{d,k}$, $u_{pd,k+1} = y_{d,k+1}$, usw.) und berücksichtigt Gleichung (3.14), folgt aus Gleichung (3.9)

$$\bar{u}_{pc} = \left[\sum_{i=1}^{q_{po}} \underline{S}_{p i}^T \underline{Q}_i \underline{S}_{p i} + \underline{R} \right]^{-1} \cdot \left[\sum_{i=1}^{q_{po}} \underline{S}_{p i}^T \underline{Q}_i \cdot \bar{w}_i - \sum_{i=1}^{q_{po}} \underline{S}_{p i}^T \underline{Q}_i \underline{T}_{p i} \cdot x_{p,k} - \sum_{i=1}^{q_{po}} \underline{S}_{p i}^T \underline{Q}_i \underline{S}_{d i} \cdot x_{d,k} \right] \quad (3.15)$$

mit

$$\underline{S}_{d i} = \begin{bmatrix} \underline{c}_{p o i}^T \underline{b}_{p d} + d_{p o d i} \\ \underline{c}_{p o i}^T [\underline{A}_p \underline{b}_{p d} + \underline{b}_{p d}] + d_{p o d i} \\ \vdots \\ \underline{c}_{p o i}^T [\underline{A}_p^{M-1} \underline{b}_{p d} + \underline{A}_p^{M-2} \underline{b}_{p d} + \dots + \underline{b}_{p d}] + d_{p o d i} \end{bmatrix} \cdot \quad (3.16)$$

In dieser Form des Regelgesetzes findet man noch $i=1 \dots q_{po}$ Führungsgrößen w_i und ihre zukünftigen Werte in den Vektoren \bar{w}_i . Für die betrachtete Lageregelung des EMPS mit den Zielausgangsgrößen aus Gleichung (2.3) sind dies der Sollwinkel $w_1 = \varphi_r$, die Sollwinkelgeschwindigkeit $w_2 = \Omega_r$ und die Sollwinkelbeschleunigung $w_3 = \alpha_r$, die nicht unabhängig voneinander gewählt werden können. Zwischen diesen Größen für die Sollbewegung des Schlittens besteht ausgehend von $w_3 = \alpha_r$ ein integraler Zusammenhang, der mit Hilfe des allgemeinen Führungsmodells

$$\begin{aligned} \underline{x}_{r,k+1} &= \underline{A}_r \underline{x}_{r,k} + \underline{b}_r u_{r,k} \\ y_{ri,k} &= \underline{c}_{ri}^T \underline{x}_{r,k} + d_{ri} u_{r,k}, \quad i = 1, \dots, q_{po} \end{aligned} \quad (3.17)$$

in Form eines diskreten Doppel-Integrators mit der Eingangsgröße $u_{r,k} = \alpha_{r,k}$ und den Ausgangsgrößen $[y_{r1,k} \ y_{r2,k} \ y_{r3,k}]^T = [\varphi_{r,k} \ \Omega_{r,k} \ \alpha_{r,k}]^T$ beschrieben werden kann. Ersetzt man nun die zukünftigen Werte der Führungsgrößen in den Vektoren $\bar{\underline{w}}_i$ durch die entsprechenden zukünftigen Werte der Ausgänge y_{ri} des Führungsmodells in den Vektoren $\bar{\underline{y}}_{ri}$, erhält man mit Gleichung (3.17)

$$\bar{\underline{w}}_i = \bar{\underline{y}}_{ri} = \underline{T}_{ri} \underline{x}_{r,k} + \underline{S}_{ri} \bar{\underline{u}}_r \quad (3.18)$$

und den Matrizen

$$\underline{T}_{ri} = \begin{bmatrix} \underline{c}_{ri}^T \underline{A}_r \\ \underline{c}_{ri}^T \underline{A}_r^2 \\ \vdots \\ \underline{c}_{ri}^T \underline{A}_r^M \end{bmatrix}, \quad (3.19)$$

$$\underline{S}_{ri} = \begin{bmatrix} \underline{c}_{ri}^T \underline{b}_r & d_{ri} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \underline{c}_{ri}^T \underline{A}_r \underline{b}_r & \underline{c}_{ri}^T \underline{b}_r & d_{ri} & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \underline{c}_{ri}^T \underline{A}_r^{M-1} \underline{b}_r & \underline{c}_{ri}^T \underline{A}_r^{M-2} \underline{b}_r & \dots & \dots & \underline{c}_{ri}^T \underline{b}_r & d_{ri} \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

das endgültige Regelgesetz der modellprädiktiven Zustandsregelung

$$\begin{aligned} \bar{\underline{u}}_{pc} &= \left[\sum_{i=1}^{q_{po}} \underline{S}_{pi}^T \underline{Q}_i \underline{S}_{pi} + \underline{R} \right]^{-1} \cdot \left[\sum_{i=1}^{q_{po}} \underline{S}_{pi}^T \underline{Q}_i \underline{S}_{ri} \cdot \bar{\underline{u}}_r + \sum_{i=1}^{q_{po}} \underline{S}_{pi}^T \underline{Q}_i \underline{T}_{ri} \cdot \underline{x}_{r,k} - \right. \\ &\quad \left. \sum_{i=1}^{q_{po}} \underline{S}_{pi}^T \underline{Q}_i \underline{T}_{pi} \cdot \underline{x}_{p,k} - \sum_{i=1}^{q_{po}} \underline{S}_{pi}^T \underline{Q}_i \underline{s}_{di} \cdot \underline{x}_{d,k} \right] \cdot \quad (3.21) \\ &= \bar{\underline{K}}_{filtr} \cdot \bar{\underline{u}}_r + \bar{\underline{K}}_{ffr} \cdot \underline{x}_{r,k} - \bar{\underline{K}}_{fbp} \cdot \underline{x}_{p,k} - \bar{\underline{k}}_{ffd} \cdot \underline{x}_{d,k} \end{aligned}$$

Darin ist

$$\bar{K}_{\text{filtr}} = \underline{H} \cdot \sum_{i=1}^{q_{po}} \underline{S}_{p i}^T \underline{Q}_i \underline{S}_{r i} \quad (3.22)$$

die Matrix der Aufschaltverstärkungen für die Werte der Sollwinkelbeschleunigung im Vektor \underline{u}_r ,

$$\bar{K}_{\text{ffr}} = \underline{H} \cdot \sum_{i=1}^{q_{po}} \underline{S}_{p i}^T \underline{Q}_i \underline{T}_{r i} \quad (3.23)$$

die Matrix der Aufschaltverstärkungen für den Zustandsvektor \underline{x}_r des Führungsmodells,

$$\bar{K}_{\text{fbp}} = \underline{H} \cdot \sum_{i=1}^{q_{po}} \underline{S}_{p i}^T \underline{Q}_i \underline{T}_{p i} \quad (3.24)$$

die Matrix der Rückführverstärkungen für den Zustandsvektor \underline{x}_p der Regelstrecke,

$$\bar{K}_{\text{ffd}} = \underline{H} \cdot \sum_{i=1}^{q_{po}} \underline{S}_{p i}^T \underline{Q}_i \underline{S}_{d i} \quad (3.25)$$

der Vektor der Aufschaltverstärkungen für den Zustand x_d des Störmodells und die in obigen Gleichungen zur Abkürzung eingeführte Matrix

$$\underline{H} = \left[\sum_{i=1}^{q_{po}} \underline{S}_{p i}^T \underline{Q}_i \underline{S}_{p i} + \underline{R} \right]^{-1} .$$

In Gleichung (3.21) ist

$$\underline{u}_r = \begin{bmatrix} u_{r,k} \\ u_{r,k+1} \\ \vdots \\ u_{r,k+M} \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

der einzig verbleibende Solleingang. Er enthält den aktuellen Wert und die M zukünftigen Werte des Einganges des Führungsmodells. Für die betrachtete Anwendung der Lageregelung des EMPS ist dies die Sollwinkelbeschleunigung für die Spindel. Aus dieser entsteht im Führungsmodell (3.17) durch Doppelintegration die Sollwinkelgeschwindigkeit und der Sollwinkel im Zustandsvektor \underline{x}_r . Diese drei Signale werden für die Realisierung der Regelung von einem Referenzprofilgenerator erzeugt, der das Führungsmodell ersetzt.

Für die Realisierung der Regelung wird zu jedem Abtastzeitpunkt t_k nur der aktuelle Wert $u_{pc,k}$ der Stellgröße aus dem Vektor \underline{u}_{pc} gemäß Gleichung (3.7) benötigt. Daher ist für die Realisierung der Regelung lediglich die erste Zeile

$$u_{pc,k} = \underline{k}_{filtr}^T \cdot \underline{\bar{u}}_r + \underline{k}_{ffr}^T \cdot \underline{x}_{r,k} - \underline{k}_{fbp}^T \cdot \underline{x}_{p,k} - k_{ffd} \cdot x_{d,k} \quad (3.27)$$

des Regelgesetzes (3.21) relevant. Die Verstärkungsmatrizen in Gleichung (3.27) enthalten die jeweiligen ersten Zeilen der Matrizen aus Gleichung (3.22) bis (3.25).

Mit Hilfe des gewonnenen Einblickes in die theoretischen Grundlagen der DMC erhält man die in Bild 3.1 dargestellte Struktur.

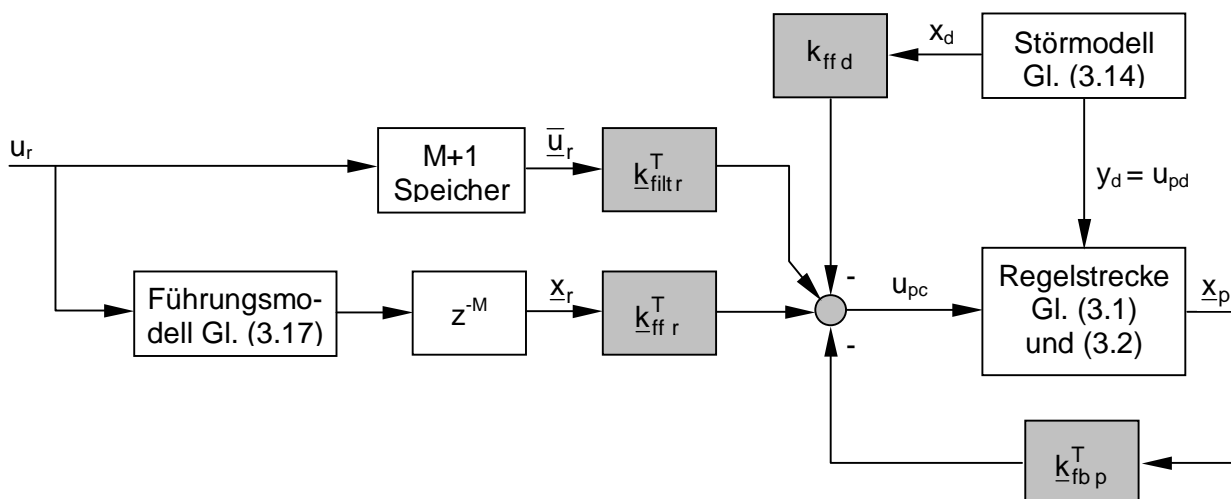


Bild 3.1 Struktur der DMC
Structure of DMC

Die grau hinterlegten Blöcke stellen das Regelgesetz (3.27) dar. Eingangsgrößen in den Regler sind der aktuelle Wert $u_{r,k}$ und die M zukünftigen Werte $u_{r,k+1}$ bis $u_{r,k+M}$ vom Eingang des Führungsmodells im Vektor $\underline{\bar{u}}_r$ sowie der Zustandsvektor des Führungsmodells \underline{x}_r , der Zustandsvektor der Regelstrecke \underline{x}_p und der Störmodellzustand x_d zum Zeitpunkt t_k . Ausgangsgröße des Reglers ist die Stellgröße u_{pc} zum Zeitpunkt t_k . Für die Bereitstellung der Werte im Vektor $\underline{\bar{u}}_r$ wird entsprechend Gleichung (3.26) ein Speicher der Länge $M+1$ benötigt. Beim Start der Regelung ist dieser Speicher leer. Er füllt sich mit jedem Abtastschritt durch Hinzufügen eines neuen Wertes vom Eingang des Führungsmodells. Aus der Sicht des Reglers stellt der Wert am Ausgang des Speichers einen aktuellen, der Wert am Eingang einen zukünftigen Sollwert dar. Da Speicher und Führungsmodell vom selben Eingang

gespeist werden, darf zur Synchronisation der Aufschaltung der Sollsignale der Zustandsvektor \underline{x} des Führungsmodells erst dann aufgeschaltet werden, wenn der Speicher vollständig gefüllt ist. Die Sollsignale im Zustandsvektor des Führungsmodells werden daher um M Abtastschritte verzögert.

4 Realisierung der Regelung

Der Entwurf der Regelung sowie die Analyse und Simulation des geregelten Systems wurden mit Hilfe der Werkzeuge MATLAB und Simulink durchgeführt. Dabei kommt zur

Schätzung der nicht messbaren Zustandsgrößen der Regelstrecke und des Störmodells ein diskretes Kalman-Filter [5; 6] zum Einsatz. Die Regelung wurde schließlich durch automatische Codegenerierung auf einem dSPACE Echtzeitsystem in Betrieb genommen und am realen Versuchsträger getestet.

Durch die Verwendung einer unter MATLAB programmierten graphischen Benutzeroberfläche (Bild 4.1 und [6]) können alle Schritte sehr bequem, schnell und fehlerfrei per Knopfdruck durchlaufen werden. Dies ist für die iterative Feinabstimmung der Regelung über die Gewichtungsmatrizen im Gütefunktional (3.3) und den Kalman-Filterentwurf äußerst hilfreich. Dabei wurden der Einfachheit halber die Diagonalelemente der Gewichtungsmatrizen aus Gleichung (3.6) mit $q_{i1} = q_{i2} = \dots = q_{iM}$ und aus Gleichung (3.8) mit $r_1 = r_2 = \dots = r_{M+1}$ gleich besetzt.

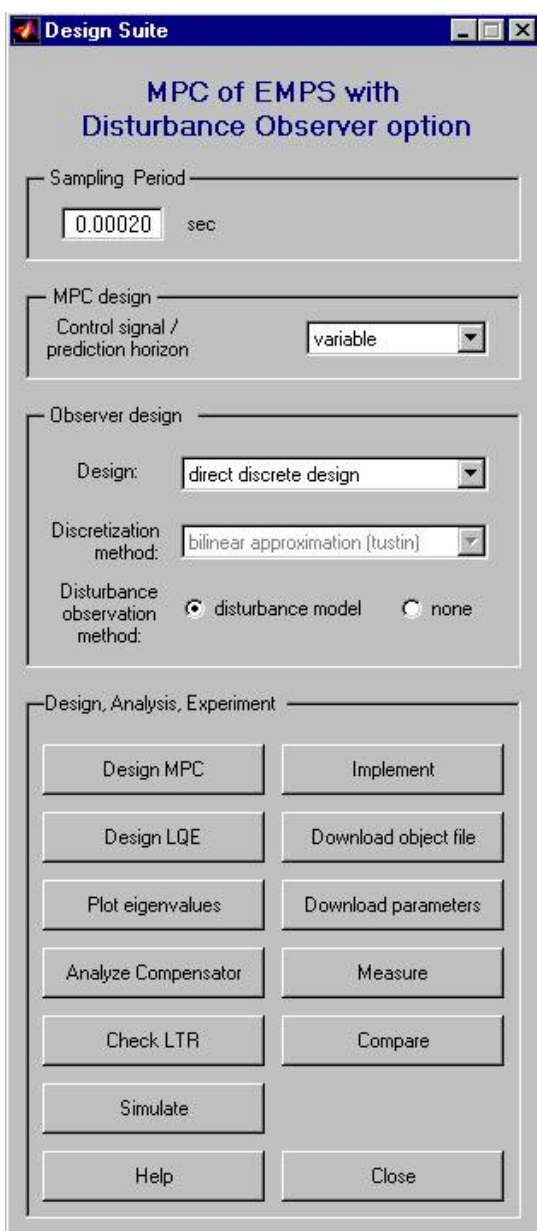


Bild 4.1 Graphische Benutzeroberfläche
Graphical user interface

Ein wichtiger Aspekt bei der Feinabstimmung der Regelung ist die Robustheit des geregelten Systems gegenüber Parameteränderungen. Die Analyse erfolgt wie in [2] mit Hilfe der Bode-Diagramme des offenen Regelkreises, der durch Auftrennen des geschlossenen Regelkreises am Steuereingang der Regelstrecke entsteht. Für das bei einem Steuereingang vorliegende Eingrößensystem können als Maß für den erreichten Robustheitsgrad die in der klassischen Regelungstechnik bewährte Amplituden- und Phasenreserve herangezogen werden.

Bild 4.2 zeigt das Bode-Diagramm des offenen Regelkreises für die DMC mit und ohne Verwendung eines Kalman-Filters.

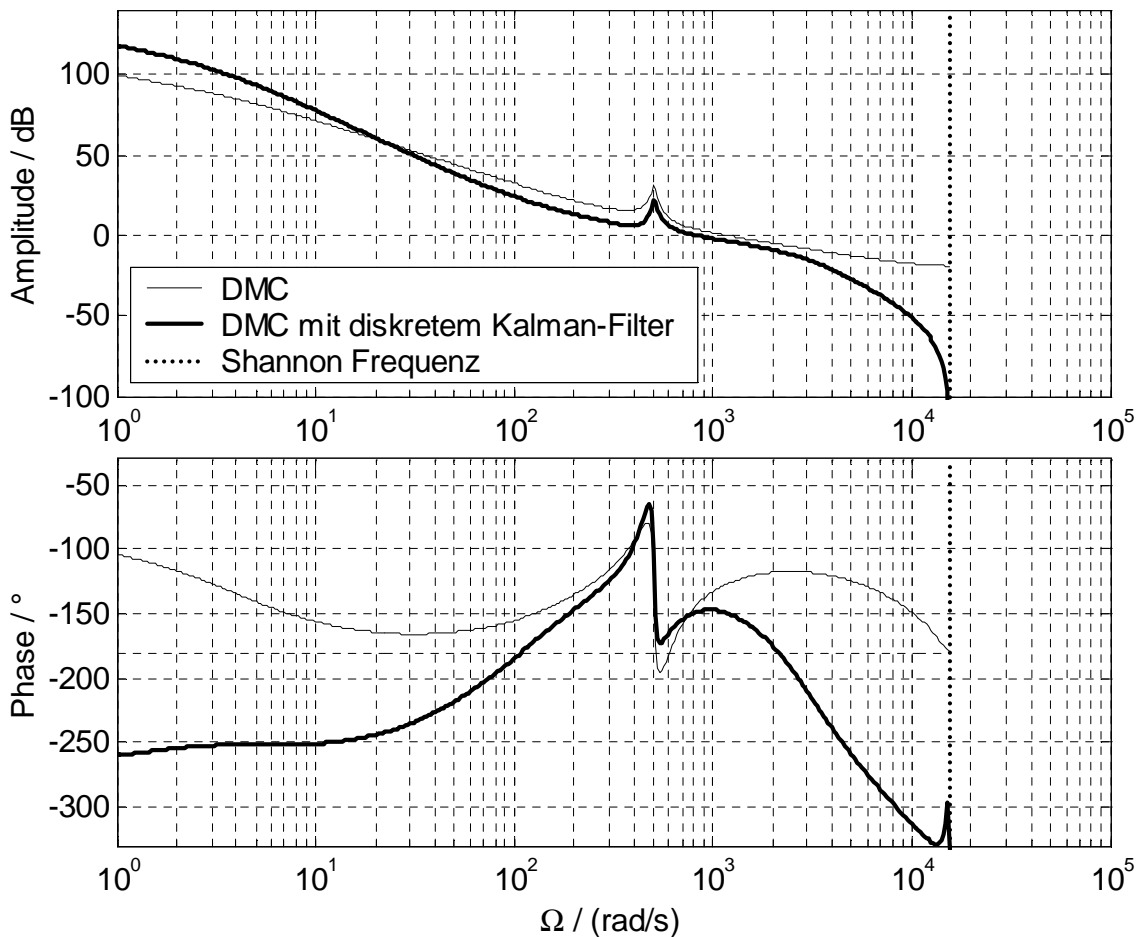


Bild 4.2 Bode-Diagramm des offenen Regelkreises mit (dünn) und ohne (dick) Kalman-Filter
Open-loop bode plot with (thin) and without (thick) Kalman-filter

Die Bandbreite der Regelung beträgt etwa 130 Hz. Mit einer Amplitudenreserve von 13 dB und einer Phasenreserve von 30° ist die Regelung ausreichend robust.

5 Simulation und Experiment

Nach dem Entwurf und der Feinabstimmung von Regler und Beobachter wurde die Regelung zunächst durch Simulation des geschlossenen Regelkreises mit dem nichtlinearen Modell der Regelstrecke und anschließend im Experiment am realen Versuchsträger ausgiebig getestet. Dabei wurden in der Simulation und im Experiment gleiche Anregungssignale für Führungsanregung und Störanregung verwendet und die Regelung anhand der resultierenden Zeitantworten beurteilt. Der Vergleich simulierter und gemessener Zeitverläufe gibt zusätzlich Aufschluss über die Zuverlässigkeit des verwendeten Modells.

Die Erzeugung der Signale für die Führungsanregung erfolgte mit Hilfe eines Referenzprofilgenerators aus der CLM-Blockbibliothek. Bild 5.1 zeigt die Signalverläufe für die Solllage, -geschwindigkeit und -beschleunigung des Schlittens des EMPS, die für die Aufschaltung auf die Regelung mit Hilfe der Übersetzung des Kugelgewindetriebes auf die entsprechenden Bewegungsgrößen für die Spindel umgerechnet wurden.

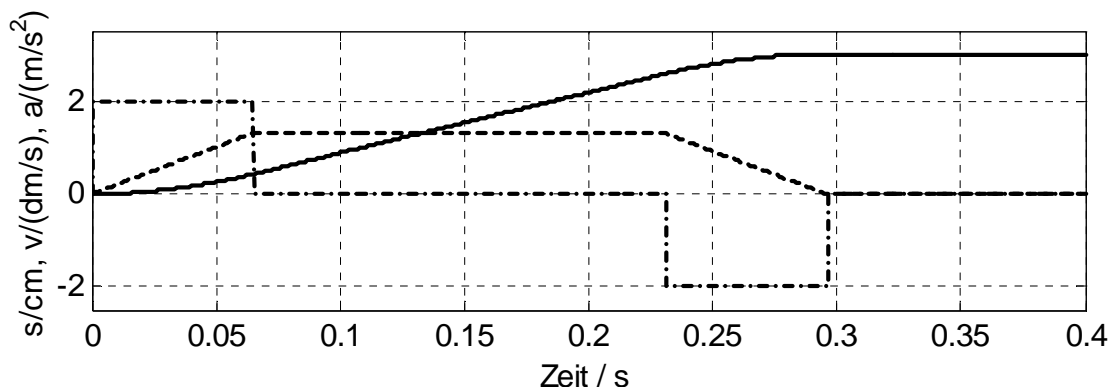


Bild 5.1 Solllage (durchgezogen), Sollgeschwindigkeit (gestrichelt) und Sollbeschleunigung (strichpunktiert)
Reference position (solid), velocity (dashed), and acceleration (dashdotted)

Das Störverhalten der Regelung wurde für einen Lastmomentensprung an der Gewindespindel zum Zeitpunkt $t = 0,01$ s untersucht. Das gewählte Lastmoment M_l entspricht einer Störkraft F_l am Schlitten in Höhe von 150 N. Im Experiment wurde diese Störanregung über den in Kapitel 2 beschriebenen stromgeregelten Lastmotor aufgeschaltet. Zusätzlich war der Einfluss erhöhter Reibung auf die Qualität der Regelung von Interesse. Dazu wurde mit Hilfe des in Kapitel 2 beschriebenen Reibrades das lastseitige Reibmoment auf den in Bild 2.2 dargestellten Verlauf eingestellt.

Bilder 5.2 bis 5.5 stellen am Beispiel des Lagefehlers für den Schlitten die Ergebnisse für Führungsanregung, Störanregung und erhöhte Reibung aus Simulation und Experiment dar.

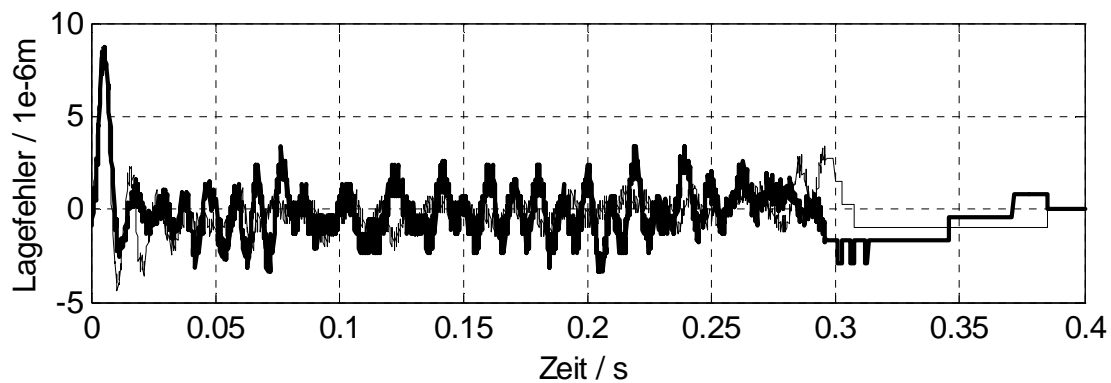


Bild 5.2 Gemessener (dick) und simulierter (dünn) Lagefehler bei Führungsanregung
 Measured (thick) and simulated (thin) position error for reference excitation

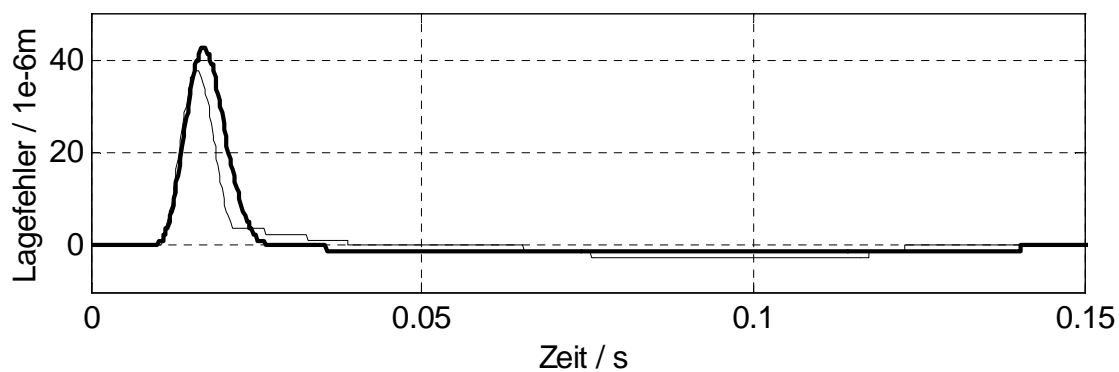


Bild 5.3 Gemessener (dick) und simulierter (dünn) Lagefehler bei Störanregung
 Measured (thick) and simulated (thin) position error for disturbance excitation

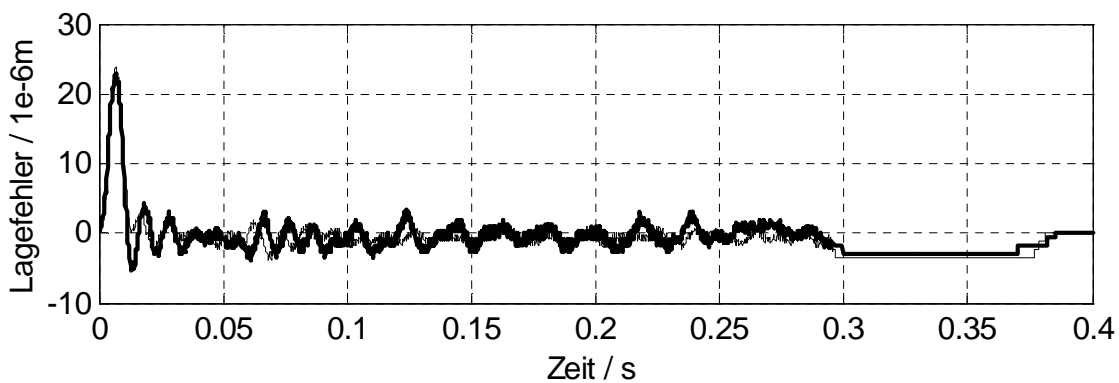


Bild 5.4 Gemessener (dick) und simulierter (dünn) Lagefehler bei Führungsanregung (erhöhte Reibung)
 Measured (thick) and simulated (thin) position error for reference excitation (increased friction)

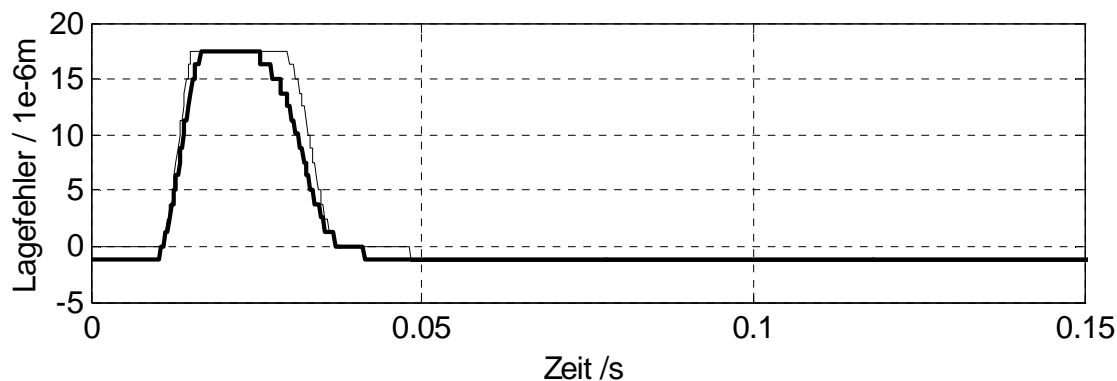


Bild 5.5 Gemessener (dick) und simulierter (dünn) Lagefehler bei Störanregung (erhöhte Reibung)
 Measured (thick) and simulated (thin) position error for disturbance excitation (increased friction)

Man erkennt zunächst eine gute Übereinstimmung der Zeitverläufe aus Simulation und Experiment.

Bei Führungsanregung (Bilder 5.2 und 5.4) bleibt der stationäre Lagefehler nach kurzzeitigem Einschwingen zu Beginn der Sollbewegung des Schlittens (bis 0.01 s) in allen Bewegungsphasen (Beschleunigung, konstante Geschwindigkeit, Verzögerung und Stillstand) des Schlittens in einem Toleranzband kleiner $\pm 5 \mu\text{m}$. Dieser Fehler ist vom Betrag in der Größenordnung der Auflösung des Lagegebers von $1.25 \mu\text{m}$ und damit als sehr klein anzusehen. Der ungleichförmige Verlauf innerhalb des Toleranzbandes ist auf Ungenauigkeiten in der Mechanik des EMPS sowie auf Störungen und Quantisierung der Mess- und Stellgrößen zurückzuführen. Die Regelung ist in allen Phasen der Bewegung durch die Aufschaltung der Werte der Sollbeschleunigung über die Verstärkung k_{filtr}^T und der Sollgeschwindigkeit und -lage über die Verstärkung k_{ffr}^T stationär genau. Lagefehler infolge Reibung werden durch Beobachtung und Aufschaltung der Störgröße über die Verstärkung k_{ffd} stationär kompensiert.

Auch die maximalen transienten Fehler bei ungefähr 0.005 s sind sowohl für normale Reibung (Bild 5.2) als auch für erhöhte Reibung (Bild 5.4) als sehr klein anzusehen. Die angeregten elastischen Schwingungen werden durch die Rückführung des Zustandsvektors der Regelstrecke gedämpft.

Das Störverhalten (Bilder 5.3 und 5.5) zeigt im Vergleich zum Führungsverhalten ein weniger schnelles Einschwingen auf den stationären Fehler Null. Der Lagefehler wird mit der

Dynamik des Einschwingens des Störmodellzustandes im Kalman-Filter auf den Wert der Reibung über die Störgrößenaufschaltung abgebaut. Bei erhöhter Reibung (Bild 5.5) bleibt der Schlitten nach kurzer Bewegung in der Haftreibung stecken.

Der Vergleich mit den Ergebnissen für die in [2] beschriebene LQG-Regelung in Bildern 5.6 und 5.7 zeigt für die DMC eine deutliche Reduktion der maximalen Lagefehler nach sprungförmigen Änderungen der Sollbeschleunigung. Dies ist auf die geglättete Aufschaltung der Sollbeschleunigungen über den Speicher und die Verstärkungen im Vektor $\underline{k}_{\text{filtr}}^T$ zurückzuführen, die ein FIR-Filter darstellen. Die Dämpfung der angeregten elastischen Schwingungen ist für beide Regelungsansätze gleich gut.

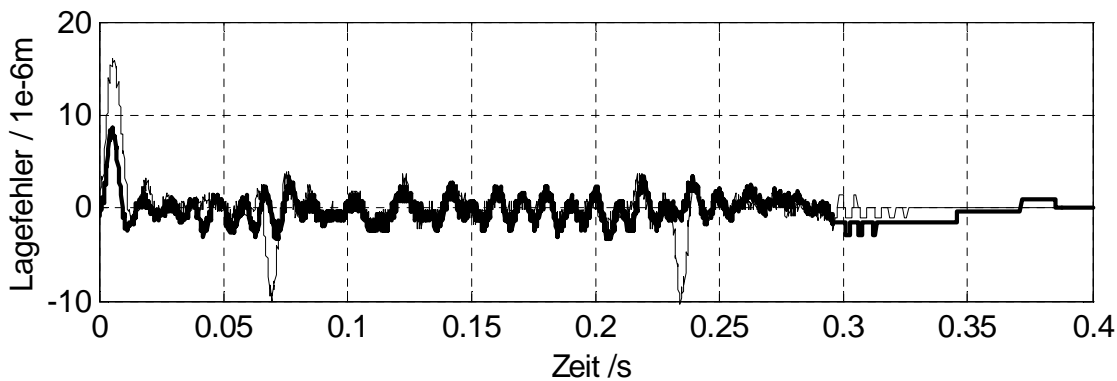


Bild 5.6 Gemessener Lagefehler für DMC (dick) und LQG Regelung (dünn) bei Führungsanregung
 Measured position error for DMC (thick) and LQG control (thin) for reference excitation

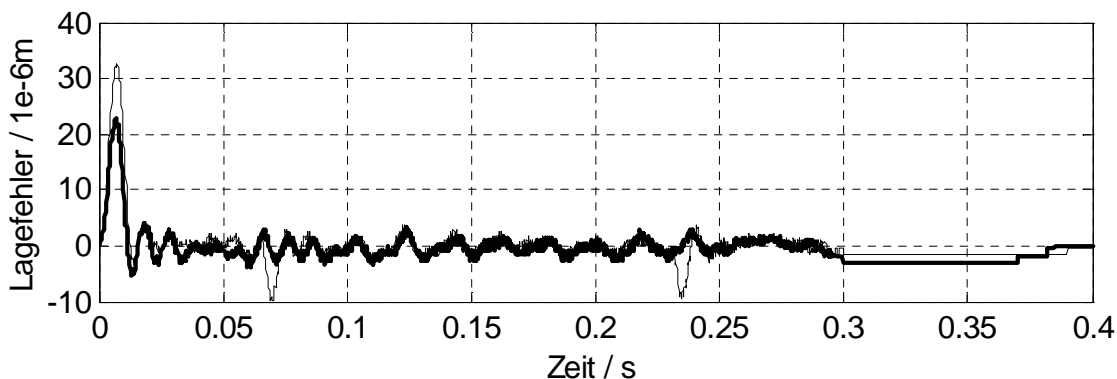


Bild 5.7 Gemessener Lagefehler von DMC (dick) und LQG Regelung (dünn) bei Führungsanregung (erhöhte Reibung)
 Measured position error for MPC (thick) and LQG control (thin) for disturbance excitation (increased friction)

Im Vergleich mit der in [4] beschriebenen prädiktiven Regelung für das EMPS stellt die hier vorgestellte Regelung eine weitere Verbesserung dar. Sie zeichnet sich durch kleinere Fehleramplituden und bessere Dämpfung der elastischen Schwingungen aus. Diese Verbesserung ist darauf zurückzuführen, dass im Gegensatz zur vereinfachenden Annahme einer über dem Prädiktionshorizont konstanten Stellgröße in [4] die Stellgröße in diesem Beitrag der Realität entsprechend variabel betrachtet wird.

6 Zusammenfassung

In dieser Arbeit wurden die theoretischen Grundlagen zum Entwurf einer modellprädiktiven Zustandsregelung in Form einer DMC zusammengefasst und für die Lageregelung eines elastischen und reibungsbehafteten elektromechanischen Positioniersystems angewendet. Die Simulation und die experimentelle Analyse des Führungs- und Störverhaltens zeigen sehr gute Übereinstimmung. Die Regelung zeichnet sich durch ein schnelles Einschwingverhalten, stationäre Genauigkeit in allen Betriebszuständen und ausreichende Robustheit aus. Der Vergleich mit einer LQG-Regelung zeigt für die DMC deutlich kleinere Fehleramplituden bei gleichen Dämpfungseigenschaften. Auch der Vergleich mit einer in [4] beschriebenen DMC für den gleichen Versuchsaufbau zeigt eine Verbesserung bezüglich Fehleramplituden und Dämpfungseigenschaften. Durch Verwendung einer graphischen Benutzeroberfläche für den Entwurf, die Analyse und die Realisierung konnten die einzelnen Schritte auf Knopfdruck durchgeführt werden. Dies erleichterte die iterative Feinabstimmung der Regelung und führte innerhalb minimaler Zeit zu einem optimalen Prototypen.

Mit den erzielten Ergebnissen ist die DMC ein äußerst interessanter Ansatz für die Lageregelung elastischer, reibungsbehafteter Antriebe.

Literaturverzeichnis

- [1] H. Hanselmann: *DSP in Control: The Total Development Environment*. International Conference on Signal Processing Applications & Technology ICSPAT'95, Boston, MA, USA, October 24-26, 1995.
- [2] H. Henrichfreise: *Prototyping of a LQG Compensator for a Compliant Positioning System with Friction*. TRANSMECHATRONIK - Entwicklung und Transfer von Entwicklungssystemen der Mechatronik, HNI-Verlagsschriftenreihe, Vol. 23, 1. Edition, Editor: Jürgen Gausemeier, Paderborn 1997 (Aufsatz verfügbar auf der CLM-Homepage www.clm-online.de).
- [3] R. Soeterboek: *Predictive Control - A Unified Approach*. Prentice Hall, 1992.
- [4] H. Henrichfreise, D.S. Neculescu, M. Pähle, S. Verbit: *Prototyping of a MPC compensator for a compliant positioning system with friction and comparison to a LQG control*. Machine Intelligence & Robotic Control, Vol. 2, No 3, pp. 107-115, Cyber Scientific, 2000.
- [5] F. L. Lewis: *Applied Optimal Control and Estimation*. Prentice Hall, 1992.
- [6] J. Jusseit: *Prädiktive Regelung eines Positionierantriebes mit Reibung und Elastizität*. Diplomarbeit im CLM, FB Konstruktionstechnik, FH Köln 2000.